多小区多用户无线网络下行链路协同波束成形设计

解培中，郑宝玉，岳文静
（南京邮电大学 宽带无线通信与传感网技术教育部重点实验室，江苏 南京 210003）

摘 要：在频率复用的多小区多用户无线网络中，为了获得较好的和速率性能，研究了降低同频干扰的协同波束成形设计问题。博弈论分析结果表明，性能最优的协同波束成形矢量是自私和利他策略的线性组合。提出了一种最大化和速率的波束成形矢量迭代算法，给出了基于信道状态统计量的组合系数的估计方法。最后，仿真评估了波束成形算法的性能，表明了所提迭代算法的收敛性。

关键词：波束成形；博弈论；均衡

中图分类号：TN929.53 **文献标识码：**A **文章编号：**1000-436X(2012)07-0191-08

Coordinated beamforming design in downlink multi-cell multi-user wireless networks

XIE Pei-zhong, ZHENG Bao-yu, YUE Wen-jing
(Key Lab of Broadband Wireless Communication and Sensor Network Technology,
Nanjing University of Posts & Telecommunications, Ministry of Education, Nanjing 210003, China)

Abstract: To obtain the good sum-rate performance in multi-cell multi-user wireless networks with frequency reuse, coordinated beamforming design problem of co-channel interference mitigation was studied. Theoretical analysis results with the game theory show that, the collaborative beamforming vector of the optimal performance is a linear combination of selfishness and altruism strategy. A beamforming vector iteration algorithm to maximize sum-rate was presented, and estimation method about composite coefficient based on the statistic of channel state information was proposed. Finally, the results of simulation assess the performance of the algorithm and show convergence of the proposed algorithm.

Key words: beamforming; game theory; equilibrium

1 引言

在资源复用的蜂窝网、认知无线电等频谱共享环境下，协同多个共信道发射机可以带来容量增益。如果让所有的发射机共享全部数据和信道状态信息就构成了广播信道或多址接入信道，此时需要干扰抵消，然而在蜂窝系统中共享数据会产生“尾话效应”[1]；也可让所有的发射机只共享信道状态信息，此时构成了干扰信道（IC, interference channel）。如果发射机有多个天线，接收机只有一根天线，就构成了多输入单输出干扰信道（MISO-IC），更一般的情况是多输入多输出干扰信

收稿日期：2011-08-30；**修回日期：**2012-04-24

基金项目：江苏高校优势学科建设工程资助项目;江苏省基础研究计划（BK2011756）、江苏省高校自然科学研究基金资助项目（11KJB510018）；普通高校研究生科研创新计划（CX10B_187Z）；南京邮电大学校科研基金资助项目（NY210006）

Foundation Items: Project Funded by the Priority Academic Program Development of Jiangsu Higher Education Institutions; Basic Research Program of Jiangsu Province (BK2011756); The University Natural Science Research Program of Jiangsu Province (11KJB510018); The Research Innovation Program for College Graduates of Jiangsu Province (CX10B_187Z);The Scientific Research Foundation of Nanjing University of Posts and Telecommunications (NY210006)

道（MIMO-IC），即接收机也装备了多个天线。脏纸编码（DPC）是获取多天线广播信道更高容量的一种著名的干扰对消技术，由于其过高的复杂度，实际系统很难实现，为此提出了几种能逼近 DPC 性能的实用技术，一种是基于预编码概念的块对角化方法[2]，能够让每个期望用户同时发送多个数据流，另一种有效的方法是协同波束成形（CBF, coordinated beamforming），它允许接收机的天线数大于数据流的个数，并且能使用户间的干扰为零。最初的协同波束成形讨论的是同一小区不同用户的干扰协同，而把小区间的干扰当成背景噪声处理，然后扩展到多小区协同波束成形[3]，然而，蜂窝小区中，共信道干扰（CCI, co-channel interference）不仅来自相邻小区，还来源于本小区内的共信道用户，因此文献[3]考虑了多小区协同波束成形算法，在小区内部实行有限的基站协作，考虑对小区中心区域和边缘区域的用户分别建模，只对小区边缘区域的用户协同，利用协同波束成形使接收端干扰得到抑制。研究表明，在基站之间采用协同波束形成，能有效提高小区边缘用户的容量从而提高整个系统的容量。文献[4]将多小区多用户无线网络中的协同波束成形问题建模成目标函数为和速率、约束是每个基站功率的最优化问题，利用拉格朗日理论推导了优化波束矢量的结构，用 KKT 条件求解非凸问题的解，文中考虑的接收机只有一根天线，属于 MISO-IC。

许多作者从博弈论的角度考虑干扰信道的问题[5~9]，文献[5]指出在无线网络中分析资源冲突最合适的方法就是博弈论，文献[6]用博弈论研究了两用户 MISO-IC 条件下帕累托（Parto）优化的波束成形矢量的特征，文献[7]将发射机作为局中人，得到了速率区域的帕累托边界，就寻找帕累托边界上的点提出了不同的算法，文献[8]集中讨论 MIMO 情形下的纳什均衡，每个发射机都优化它自己的发送功率以获得最好的速率，文献[6]和文献[9]发现 2 条链路的 MISO-IC 信道和每个小区单用户的 MIMO-IC 信道优化波束成形解是 2 个极限解——自私和利他解的线性组合。文献[5~8]研究的是单小区范围内由多个用户构成的 MIMO 或 MISO 信道中的和速率优化问题，文献[4]建模场景是多小区 MIMO-IC 情形，没有接收端波束成形，其余情况与本文的相同；文献[9]建模场景中有多个小区，每个基站联系一个用户，本文研究的是多小区多用户情形，一个基站联系多个用户，每个用户都有接收波束成形的场景，据笔者所知，这样的场景还没有其他文章涉及。本文发现和速率最大的波束成形解也是自私和利他解的线性组合。

本文用博弈论研究了多小区多用户蜂窝网络下行链路的协同波束成形问题，系统中每个基站通过空分多址服务于多个多天线用户，研究了协同波束成形矢量，所考虑的优化目标是系统的和速率。本文的工作表现在：1) 定义了多小区多用户蜂窝系统下行链路波束成形设计的自私策略并得到其均衡解；2) 定义了多小区多用户蜂窝系统下行链路波束成形设计的利他策略并得到其均衡解；3) 用拉格朗日算子理论推导了优化波束成形矢量的结构，证明了它是自私和利他策略的平衡；4) 由于瞬时信道状态信息的反馈对系统是沉重的负担，本文考虑了基于 CSI 统计量的波束成形矢量设计，提出了波束成形矢量的迭代算法，最后用数值仿真评估了所提算法的性能。

论文的其余部分内容如下：第 2 节描述了所考虑系统的数学模型；第 3 节定义和证明了自私和利他策略的均衡解；第 4 节给出了和速率最大的波束成形矢量设计的迭代算法；第 5 节是数值仿真；第 6 节是结束语。

2 问题的数学模型

受到文献[10]中的多用户 MIMO 系统结构的启发，构造了多小区多用户无线网络下行链路协同波束成形系统如图 1 所示，考虑系统的下行链路，有 M 个基站协同，全部采取频率复用策略，每个基站 BS 装备 n_t 个天线，借助空分多址服务多个用户，基站之间不允许交换用户数据，用户终端装备 n_r 个天线，每个用户终端都采取信干噪比最大的方法接收信号，B_m 表示基站 m 联系的用户终端集合，设 $|B_m| = Q$，即基站同时联系 Q 个用户，用户 k 收到的信号为

$$\boldsymbol{Y}_{mk} = \boldsymbol{H}_{mk}\boldsymbol{W}_{mk}b_{mk} + \sum_{\substack{j=1 \\ (j,u)\neq(m,k)}}^{M}\sum_{u\in B_j}\boldsymbol{H}_{jk}\boldsymbol{W}_{ju}b_{ju} + \boldsymbol{z}_{mk} \tag{1}$$

这里，$\boldsymbol{H}_{mk} \in C^{n_r\times n_t}$ 是基站 m 与用户 k 之间的信道，$\boldsymbol{W}_{mk} \in C^{n_t}$ 是基站 m 针对用户 k 设置的波束成形矢量，C 表示复数，b_{mk} 是基站 m 向用户 $k \in B_m$ 发送

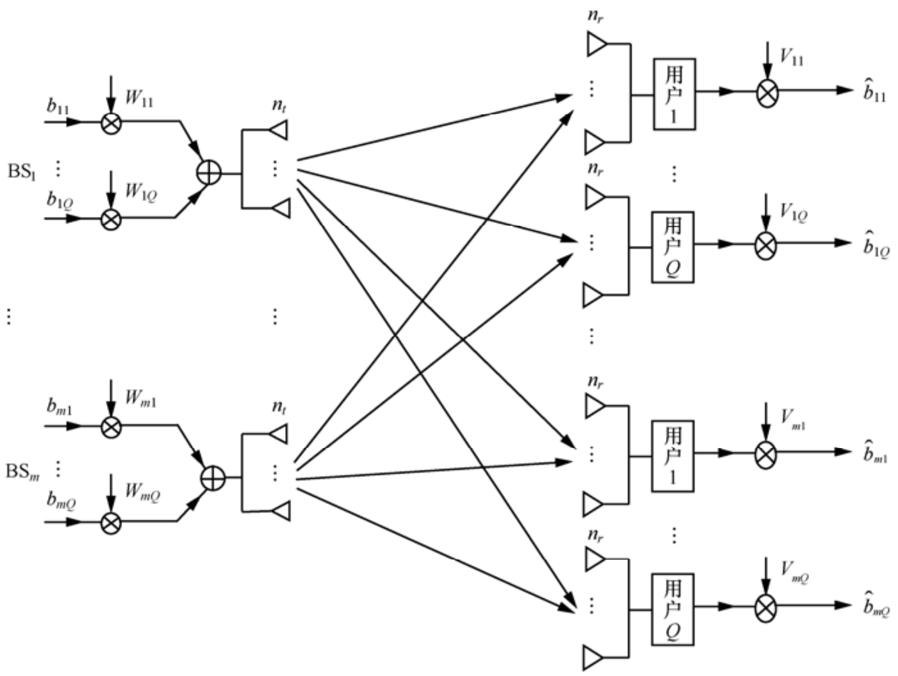


图 1　多小区多用户无线网络下行链路协同波束成形系统

的复数信号，设 $E(|b_{mk}|^2)=1$, 且当 $(m_1,k_1)\neq(m_2,k_2)$ 时，有 $E(b_{m_1k_1}\cdot b^*_{m_2k_2})=0$，接收机波束成形后的输出信号为

$$y_{mk}=\boldsymbol{V}_{mk}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_{mk}\boldsymbol{W}_{mk}b_{mk}+\sum_{j=1}^{M}\sum_{\substack{u\in B_j\\(j,u)\neq(m,k)}}\boldsymbol{V}_{mk}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_{jk}\boldsymbol{W}_{ju}b_{ju}+n_{mk} \quad (2)$$

其中，$n_{mk}=\boldsymbol{V}_{mk}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{Z}_{mk}\in C$，是方差为 N_{mk} 的加性圆对称高斯噪声，不同的噪声方差表示不同的共信道干扰程度和不同的接收机的噪声电平，$\boldsymbol{H}_{mk}=\alpha_{mk}\bar{\boldsymbol{H}}_{mk}$，其中，$\alpha_{mk}$ 表示慢变化的阴影衰落和路径损耗，$\bar{\boldsymbol{H}}_{mk}$ 是圆对称复高斯随机矩阵表示瑞利快衰落，假设接收端采取的是能最大化链路速率的波束成形方案，那么接收波束成形矢量 $\boldsymbol{V}_{mk}$ 为

$$\boldsymbol{V}_{mk}=\frac{C_{mk}^{-1}\boldsymbol{H}_{mk}\boldsymbol{W}_{mk}}{\left\|C_{mk}^{-1}\boldsymbol{H}_{mk}\boldsymbol{W}_{mk}\right\|} \quad (3)$$

其中，$C_{mk}=\sum_{j=1}^{M}\sum_{u\in B_j}\boldsymbol{H}_{jk}\boldsymbol{W}_{ju}\boldsymbol{W}_{ju}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_{jk}^{\mathrm{H}}P+\boldsymbol{I}$，$P$ 是发送功率，$\boldsymbol{I}$ 是单位矩阵，不失一般性，全文假设 P=1，那么用户 k 的接收信干噪比为

$$\gamma_{mk}=\frac{\left|\boldsymbol{V}_{mk}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_{mk}\boldsymbol{W}_{mk}\right|^2}{\sum_{j=1}^{M}\sum_{\substack{u\in B_j\\(j,u)\neq(m,k)}}\left|\boldsymbol{V}_{mk}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_{jk}\boldsymbol{W}_{ju}\right|^2+N_{mk}} \quad (4)$$

用不完全信息博弈论解决下行链路波束成形矢量设计问题就是局中人基站根据自己所掌握的信道状态信息以及他对其他局中人的类型的判断作出决定，选择合适的波束成形矢量使某个支付函数最大。图 2 给出了 3 个基站每个基站联系 2 个用户时的信道状态信息，一般地，可以认为基站 m 已知该基站到所有用户终端的信道状态信息，表示为

$$Me_m=\{\boldsymbol{H}_{mu}\},u\in\{B_1,B_2,B_3\} \quad (5)$$

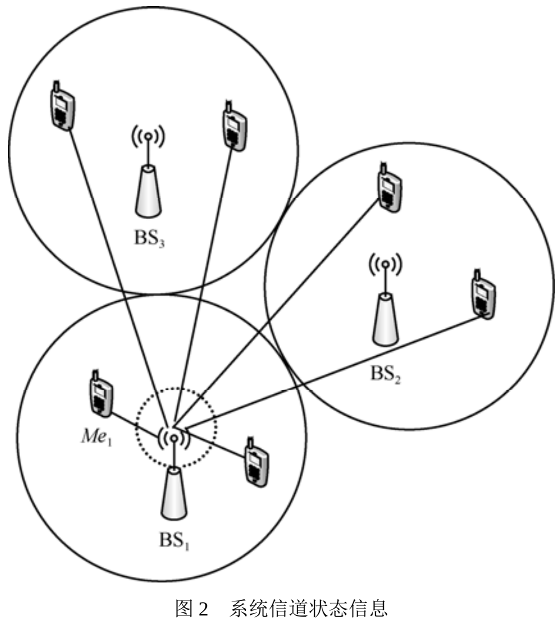


图 2　系统信道状态信息

每个局中人掌握的信道状态信息 Me_m 表示局中人的类型，某个局中人不知道其他局中人的类型，但可认为局中人基站 m 已知其他局中人的信道状态信息的概率密度记为 $P_m = p(Me_j), j \neq m$，下行链路波束成形博弈设计定义为贝叶斯静态博弈：

$$G = [M, \{Me_m\}, P_m, \{S_{mk}\}, \{u_{mk}\}] \tag{6}$$

其中，M 表示局中人—协同的 M 个基站，$\{S_{mk}\}$ 表示基站的博弈策略，相对于用户 k 基站 m 采取的策略是波束成形矢量 $\boldsymbol{W}_{mk}$，即

$$S_{mk} = \{\boldsymbol{W}_{mk} \in C^{n_t \times 1}; \left|\boldsymbol{W}_{mk}\right|^2 \leqslant 1\} \tag{7}$$

u_{mk} 是基站 m—用户 k 支路的支付函数，在下一节的自私和利他博弈中有不同的定义。

3 自私和利他博弈

为了说明下一节的和速率最大的博弈策略，首先介绍自私博弈和利他博弈。

1) 自私博弈

顾名思义，自私博弈是指局中人基站 m 对用户 k 采取的策略其目的是使自己的支付函数最大，不管自身链路给其他通信链路造成的干扰。记基站 m 对用户 k 的波束成形矢量为 $\boldsymbol{W}_{mk}$，对本基站调度的其他用户以及其他基站的波束成形矢量记为 $\boldsymbol{W}_{-mk}$，定义支付函数为

$$u_m(\boldsymbol{W}_{mk}, \boldsymbol{W}_{-mk}) = \frac{\left|\boldsymbol{V}_{mk}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{H}_{mk} \boldsymbol{W}_{mk}\right|^2}{\sum\limits_{j=1}^{M} \sum\limits_{\substack{u \in B_j \\ (j,u) \neq (m,k)}} \left|\boldsymbol{V}_{mk}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{H}_{jk} \boldsymbol{W}_{ju}\right|^2 + N_{mk}} \tag{8}$$

命题 1 由式（8）定义的支付函数构成的贝叶斯静态自私博弈 G 对于局中人选定的策略 $\boldsymbol{W}_{mk}$ 存在一个贝叶斯纳什均衡。

证明 策略集 S_{mk} 对 $\boldsymbol{W}_{mk}$ 是连续的有界的凸集；令 $\boldsymbol{w}_{mk}^1, \boldsymbol{w}_{mk}^2 \in S_{mk}$，任意 $\lambda \in [0,1]$，设 $\boldsymbol{W}_{mk} = \lambda \boldsymbol{W}_{mk}^1 + (1-\lambda)\boldsymbol{W}_{mk}^2$，有

$$u_{mk}(\boldsymbol{W}_{mk}, \boldsymbol{W}_{-mk}) = \frac{\left|\boldsymbol{V}_{mk}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{H}_{mk} [\lambda \boldsymbol{W}_{mk}^1 + (1-\lambda)\boldsymbol{W}_{mk}^2]\right|^2}{\sum\limits_{j=1}^{M} \sum\limits_{\substack{u \in B_j \\ (j,u) \neq (m,k)}} \left|\boldsymbol{V}_{mk}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{H}_{jk} \boldsymbol{W}_{ju}\right|^2 + N_{mk}}$$

$$= \frac{\left|\lambda \boldsymbol{V}_{mk}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{H}_{mk} \boldsymbol{W}_{mk}^1 + (1-\lambda)\boldsymbol{V}_{mk}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{H}_{mk} \boldsymbol{W}_{mk}^2\right|^2}{\sum\limits_{j=1}^{M} \sum\limits_{\substack{u \in B_j \\ (j,u) \neq (m,k)}} \left|\boldsymbol{V}_{mk}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{H}_{jk} \boldsymbol{W}_{ju}\right|^2 + N_{mk}}$$

$$\leqslant \frac{\lambda \left|\boldsymbol{V}_{mk}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{H}_{mk} \boldsymbol{W}_{mk}^1\right|^2 + (1-\lambda)\left|\boldsymbol{V}_{mk}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{H}_{mk} \boldsymbol{W}_{mk}^2\right|^2}{\sum\limits_{j=1}^{M} \sum\limits_{\substack{u \in B_j \\ (j,u) \neq (m,k)}} \left|\boldsymbol{V}_{mk}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{H}_{jk} \boldsymbol{W}_{ju}\right|^2 + N_{mk}} \tag{9}$$

式(9)说明，$u_m(\boldsymbol{W}_{mk}, \boldsymbol{W}_{-mk})$ 是 $\boldsymbol{W}_{mk}$ 的凸函数，根据贝叶斯纳什均衡存在性定理[11]，至少存在一个贝叶斯纳什均衡。

命题 2 记基站 m 未知的信道状态信息为 Me_{-m}，定义贝叶斯静态自私博弈 G 的贝叶斯纳什均衡解为 $\boldsymbol{W}_{mk}^{op} = \underset{|\boldsymbol{W}_{mk}| \leqslant 1}{\arg\max} E_{Me_{-m}} \{u_{mk}(\boldsymbol{W}_{mk}, \boldsymbol{W}_{-mk})\}$，则有 $\boldsymbol{W}_{mk}^{op} = V^{\max}(\boldsymbol{H}_{mk}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{V}_{mk} \boldsymbol{V}_{mk}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{H}_{mk})$

证明 根据定义

$$\boldsymbol{W}_{mk}^{op} = \underset{|\boldsymbol{W}_{mk}| \leqslant 1}{\arg\max} \{E_{Me_{-m}}[u_{mk}(\boldsymbol{W}_{mk}, \boldsymbol{W}_{-mk})]\}$$

$$= \underset{|\boldsymbol{W}_{mk}| \leqslant 1}{\arg\max} \{\frac{1}{E_{Me_{-m}}[\sum\limits_{j=1}^{M} \sum\limits_{\substack{u \in B_j \\ (j,u) \neq (m,k)}} \left|\boldsymbol{V}_{mk}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{H}_{jk} \boldsymbol{W}_{ju}\right|^2 + N_{mk}]} \cdot \left|\boldsymbol{V}_{mk}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{H}_{mk} \boldsymbol{W}_{mk}\right|^2\}$$

显然，
$$\boldsymbol{W}_{mk}^{op} = V^{\max}(\boldsymbol{H}_{mk}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{V}_{mk} \boldsymbol{V}_{mk}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{H}_{mk}) \tag{10}$$

式中，$V^{\max}(\cdot)$ 表示求矩阵的最大特征值对应的特征向量，称 $\boldsymbol{H}_{mk}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{V}_{mk} \boldsymbol{V}_{mk}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{H}_{mk}$ 为自私均衡矩阵。

2) 利他博弈

利他博弈目的是使自身通信链路对其他通信链路造成的干扰最小，支付函数定义为

$$u_{mk}^{\Delta}(\boldsymbol{W}_{mk}, \boldsymbol{W}_{-mk}) = \sum_{j=1}^{M} \sum_{\substack{u \in B_j \\ (j,u) \neq (m,k)}} \left|\boldsymbol{V}_{ju}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{H}_{mu} \boldsymbol{W}_{mk}\right|^2 \tag{11}$$

命题 3 由式（11）定义的利他博弈 G 一定存在贝叶斯纳什均衡

证明 由式（9）可知，$\left|\boldsymbol{V}_{ju}^{\mathrm{H}} \mathrm{H}_{mu} \boldsymbol{W}_{mk}\right|^2$ 是 $\boldsymbol{W}_{mk}$ 的凸函数，因此，$u_m^{\Delta}(\boldsymbol{W}_{mk}, \boldsymbol{W}_{-mk})$ 是 $\boldsymbol{W}_{mk}$ 的凹函数，根据贝叶斯纳什均衡存在性定理可知，式（11）定义的利他博弈一定存在贝叶斯纳什均衡。

命题 4 定义贝叶斯静态利他博弈 G 的贝叶斯纳什均衡解为 $\boldsymbol{W}_{mk}^{\Delta} = \underset{|\boldsymbol{W}_{mk}| \leqslant 1}{\arg\max} u_m^{\Delta}(\boldsymbol{W}_{mk}, \boldsymbol{W}_{-mk})$，则有 $\boldsymbol{W}_{mk}^{\Delta} = V^{\min}(\sum\limits_{j=1}^{M} \sum\limits_{\substack{u \in B_j \\ (j,u) \neq (m,k)}} \boldsymbol{H}_{mu}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{V}_{ju} \boldsymbol{V}_{ju}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{H}_{mu})$，$V^{\min}(\cdot)$ 表示求矩阵的最小特征值对应的特征向量。

证明 由定义，$\boldsymbol{W}_{mk}^{\Delta} = \underset{|\boldsymbol{W}_{mk}| \leqslant 1}{\arg\max} u_m^{\Delta}(\boldsymbol{W}_{mk}, \boldsymbol{W}_{-mk})$

$$=-\sum_{\substack{j=1\\(j,u)\neq(m,k)}}^{M}\sum_{u\in B_j}\left|\boldsymbol{V}_{ju}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_{mu}\boldsymbol{W}_{mk}\right|^2$$

显然有 $\boldsymbol{W}_{mk}^{\Delta}=V^{\min}(\sum_{\substack{j=1\\(j,u)\neq(m,k)}}^{M}\sum_{u\in B_j}\boldsymbol{H}_{mu}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{V}_{ju}\boldsymbol{V}_{ju}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_{mu})$

为了后文叙述的方便，称矩阵 $\sum_{\substack{j=1\\(j,u)\neq(m,k)}}^{M}\sum_{u\in B_j}\boldsymbol{H}_{mu}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{V}_{ju}\boldsymbol{V}_{ju}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_{mu}$ 为利他均衡矩阵。

4　和速率最大的波束成形矢量设计

自私博弈和利他博弈虽然能使局中人的某个支付函数最大，但对整个系统而言，性能不是最优的。通常系统的性能指标采用和速率，因此，考虑的波束成形设计的优化目标是最大化和速率，即求解下列优化问题：

$$\boldsymbol{W}_{mk}=\underset{\{|\boldsymbol{w}_{mk}|\leqslant 1\}}{\arg\max}\sum_{m=1}^{M}\sum_{k\in B_m}\tilde{R} \tag{12}$$

其中

$$\tilde{R}=\mathrm{lb}(1+\gamma_{mk}) \tag{13}$$

命题 5　和速率最大的波束成形矢量满足下面的关系式

$$\{\boldsymbol{H}_{mk}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{V}_{mk}\boldsymbol{V}_{mk}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_{mk}+\sum_{j=1}^{M}\sum_{u\in B_j}\frac{[-\sum\limits_{\substack{j=1\\(j,u)\neq(m,k)}}^{M}\sum\limits_{u\in B_j}\left|\boldsymbol{V}_{mk}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_{jk}\boldsymbol{W}_{ju}\right|^2+N_{mk}]\left|\boldsymbol{V}_{ju}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_{ju}\boldsymbol{W}_{ju}\right|^2}{[\sum\limits_{p=1}^{M}\sum\limits_{q\in B_p}\left|\boldsymbol{V}_{mk}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_{jk}\boldsymbol{W}_{ju}\right|^2+N_{ju}][\sum\limits_{\substack{p=1\\(p,q)\neq(j,u)}}^{M}\sum\limits_{q\in B_p}\left|\boldsymbol{V}_{mk}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_{jk}\boldsymbol{W}_{ju}\right|^2+N_{ju}]}\cdot\boldsymbol{H}_{mu}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{V}_{ju}\boldsymbol{V}_{ju}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_{mu}\}\boldsymbol{W}_{mk}=\mu\boldsymbol{W}_{mk} \tag{14}$$

即 $\boldsymbol{W}_{mk}$ 是矩阵 $\boldsymbol{A}_{mk}$ 的最大的特征向量，其中

$$\boldsymbol{A}_{mk}=\boldsymbol{H}_{mk}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{V}_{mk}\boldsymbol{V}_{mk}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_{mk}+\sum_{j=1}^{M}\sum_{u\in B_j}\frac{[-\sum\limits_{\substack{j=1\\(j,u)\neq(m,k)}}^{M}\sum\limits_{u\in B_j}\left|\boldsymbol{V}_{mk}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_{jk}\boldsymbol{W}_{ju}\right|^2+N_{mk}]\left|\boldsymbol{V}_{ju}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_{ju}\boldsymbol{W}_{ju}\right|^2}{[\sum\limits_{p=1}^{M}\sum\limits_{q\in B_p}\left|\boldsymbol{V}_{mk}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_{jk}\boldsymbol{W}_{ju}\right|^2+N_{ju}][\sum\limits_{\substack{p=1\\(p,q)\neq(j,u)}}^{M}\sum\limits_{q\in B_p}\left|\boldsymbol{V}_{mk}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_{jk}\boldsymbol{W}_{ju}\right|^2+N_{ju}]}\cdot\boldsymbol{H}_{mu}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{V}_{ju}\boldsymbol{V}_{ju}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_{mu} \tag{15}$$

证明　由于接收波束成形解除了不同发送波束之间的相关性，和速率最大的问题对应的拉格朗日乘子式为

$$L(\boldsymbol{W}_{mk},\lambda)=\tilde{R}-\lambda(\boldsymbol{W}_{mk}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{W}_{mk}-1) \tag{16}$$

式（16）中，λ 为拉格朗日系数，式（16）最大对应的必要条件为 $\dfrac{\partial L}{\partial \boldsymbol{W}_{mk}}=0$，从而有

$$\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{W}_{mk}^{\mathrm{H}}}R_{mk}+\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{W}_{mk}^{\mathrm{H}}}\sum_{\substack{j=1\\(j,u)\neq(m,k)}}^{M}\sum_{u\in B_j}R_{ju}=\lambda\boldsymbol{W}_{mk} \tag{17}$$

进一步求导，可得到式（17）。

观察式（17），右边第一项是自私均衡矩阵，第二项是利他均衡矩阵的线性组合，其组合系数

$$\beta_{ju}=\frac{[-\sum\limits_{j=1}^{M}\sum\limits_{u\in B_j}\left|\boldsymbol{V}_{mk}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_{jk}\boldsymbol{W}_{ju}\right|^2+N_{mk}]\left|\boldsymbol{V}_{ju}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_{ju}\boldsymbol{W}_{ju}\right|^2}{[\sum\limits_{p=1}^{M}\sum\limits_{q\in B_p}\left|\boldsymbol{V}_{mk}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_{jk}\boldsymbol{W}_{ju}\right|^2+N_{ju}][\sum\limits_{\substack{p=1\\(p,q)\neq(j,u)}}^{M}\sum\limits_{q\in B_p}\left|\boldsymbol{V}_{mk}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_{jk}\boldsymbol{W}_{ju}\right|^2+N_{ju}]} \tag{18}$$

式（18）说明，组合系数不仅与接收端的信噪比、接收端波束成形矢量有关，还与信道状态信息有关，而瞬时状态信息的获取对时分复用系统可利用上行导频信号测量得到，然而瞬时 CSI 导致系统的反馈量增加很多，所以下面讨论基于 CSI 统计量的组合系数的估计。

1) 组合系数的估计

设 $S_{ju}=\left|\boldsymbol{V}_{ju}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_{ju}\boldsymbol{W}_{ju}\right|^2$ 表示基站 j 联系的用户 u 收到的信号的功率，有

$$\sum_{j=1}^{M}\sum_{u\in B_j}\left|\boldsymbol{V}_{mk}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_{jk}\boldsymbol{W}_{jw}\right|^2=\left|\boldsymbol{V}_{mk}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_{mk}\boldsymbol{W}_{mk}\right|^2+\sum_{\substack{j=1\\(j,u)\neq(m,k)}}^{M}\sum_{u\in B_j}\left|\boldsymbol{V}_{mk}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}_{jk}\boldsymbol{W}_{jw}\right|^2=S_{mk}+I_{mk} \tag{19}$$

式（19）中，第一项表示基站 m 联系的用户 k 收到的信号功率，第二项表示其他通信链路对基站 m—用户 k 链路造成的干扰，照此类推，式（18）可以表示为

$$\beta_{ju}=-\frac{S_{ju}}{S_{ju}+I_{ju}+N_{ju}}\times\frac{S_{mk}+I_{mk}+N_{mk}}{I_{ju}+N_{ju}} \tag{20}$$

和速率达到最大时对应的波束成形矢量称为优化波束成形矢量。可以认为在优化波束成形矢量附近，残余的协同干扰与噪声和协同基站外的干扰两者之和成正比，即

$$I_{mk}=O(N_{mk}) \tag{21}$$

$$I_{ju}=O(N_{ju}) \tag{22}$$

将式（21）、式（22）代入式（20），有

$$\beta_{ju}=-\frac{S_{ju}}{S_{ju}+O(N_{ju})}\cdot\frac{S_{mk}+O(N_{mk})}{O(N_{ju})}$$
$$=-\frac{1}{1+\dfrac{O(N_{ju})}{S_{ju}}}\cdot\frac{1+\dfrac{O(N_{mk})}{S_{mk}}}{\dfrac{O(N_{ju})}{S_{mk}}}$$

利用 Jessen 不等式，得到上式的期望值为

$$\mathrm{E}(\beta_{ju})\geqslant-\frac{1}{1+\dfrac{O(N_{ju})}{\mathrm{E}(S_{ju})}}\times\frac{1+\dfrac{O(N_{mk})}{\mathrm{E}(S_{mk})}}{\dfrac{O(N_{ju})}{\mathrm{E}(S_{mk})}} \tag{23}$$

可以认为接收端信号功率的期望值与直通链路的信号强度有关，于是有

$$\mathrm{E}(S_{ju})=P\alpha_{ju} \tag{24}$$

$$\mathrm{E}(S_{mk})=P\alpha_{mk} \tag{25}$$

将式（24）、式（25）代入式（23）中，令 $O(N_{ju})=N_{ju}$ 和 $O(N_{mk})=N_{mk}$，有

$$\mathrm{E}(\beta_{ju})\geqslant-\frac{1}{1+\dfrac{N_{ju}}{P\alpha_{ju}}}\cdot\frac{1+\dfrac{N_{mk}}{P\alpha_{mk}}}{\dfrac{N_{mk}}{P\alpha_{mk}}} \tag{26}$$

有了式(26)估计的组合系数，就可以应用迭代的方法求优化的波束成形矢量。

2) 波束成形矢量的迭代算法

前文说明了和速率最优的波束成形矢量是自私均衡矩阵和利他均衡矩阵的线性组合矩阵的最大的特征向量，可以用如下步骤求出。

① 将初始波束成形矢量 $\boldsymbol{W}_{mk}, m=1,2,\cdots,M$，$k=1,2,\cdots,MQ$ 设为随机矢量。

② 每个接收机用式（3）计算各自的接收波束成形矢量 $\boldsymbol{V}_{mk}$，计算系统的和速率。

③ 用式（20）计算组合系数,自私均衡矩阵和利他均衡矩阵，得到新的波束成形矢量。

④ 重复②、③步，直到和速率收敛为止。

5 数值仿真结果

这部分借助蒙特卡罗仿真研究了所提算法的性能，考虑的 7 基站无线网络如图 3 所示，相邻的序号为 1、2、3 的 3 个基站得到协同，基站位于六边形的中心，基站和用户装备的天线数分别为 $n_t=3, n_r=2$，设相邻的基站距离为 2 000m，同一时刻，有 $Q=2$ 个用户得到调度，用户均匀地分布在距基站 500~1 000m 之间，与文献[4]一样，基站 m 与用户 k 之间的信道建模为

$$\boldsymbol{H}_{mk}=\left(\frac{200}{d_{mk}}\right)^{3.5}L_{mk}\bar{\boldsymbol{H}}_{mk} \tag{27}$$

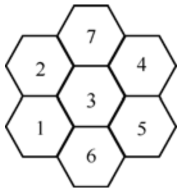


图 3 仿真用的 7 基站无线蜂窝网络

d_{mk} 是用户 k 到基站 m 的距离，$10\lg(L_{mk})$ 是实高斯随机变量，均值为零，方差为 8，表示信道经历的对数正态阴影衰落，设 $I=\{4,5,6,7\}$ 为没有参与协同的基站集合，移动终端的噪声功率建模为

$$N_{mk}=\sigma^2+\sum_{m\in I}\left(\frac{200}{d_{mk}}\right)^{3.5}L_{mk}P \tag{28}$$

式（28）中第一项是热噪声，每个接收机都一样；第二项表示没有参与协同的其他小区的基站带来的干扰，通过生成一系列符合前文条件的信道矩阵，利用文中介绍的方法可以得到发送端和接收端波束成形矢量，进一步求得系统的和速率。系统性能表示为发送信噪比的函数，定义发送信噪比为 $\gamma=\dfrac{P}{\sigma^2}$，设第 l 次循环得到的和速率为 f_l，循环终止条件是 $|f_l-f_{l-1}|<0.001$，由于本文第一个研究多小区多用户多天线下行链路波束成形问题，没有算法进行比较，故本文仿真中选取了不同的参数度量性能。

图 4、图 5 给出的是用户处于某个随机位置时不同发送信噪比条件下小区和速率与迭代次数的关系。从这两图中可以看到，小区和速率的收敛速度较快，从随机设置的波束成形矢量经过 1~2 次迭代就可收敛。对比这 2 图可知，小区和速率的具体数值与用户的所在位置相关性较强，图 5 中，不同信噪比时由于用户的位置是随机的，和速率并不随信噪比线性增加。因此，后文的和

速率都采用了对用户多个随机位置求和速率平均的方法。

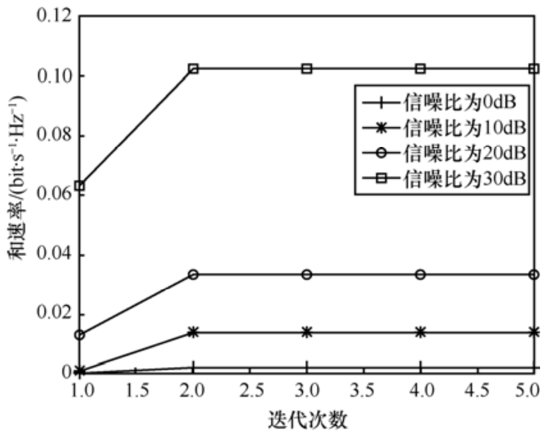


图 4　用户处于某个位置，小区和速率与迭代次数的关系

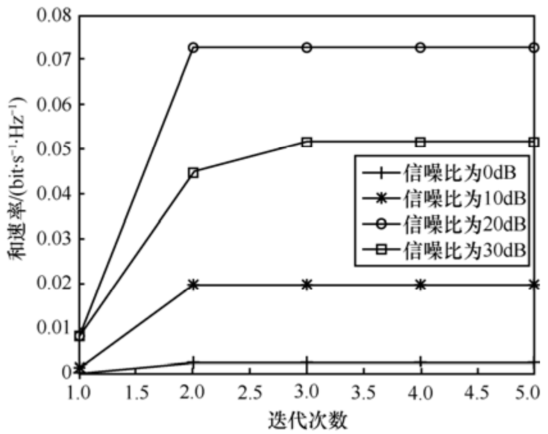


图 5　用户处于另一位置，小区和速率与迭代次数的关系

图 6 和图 7 分别表示从不同的初始波束成形矢量迭代获得的小区和速率均值与迭代次数的关系，中可以看到，随着发送信噪比的增大，用户的和速率也在增大，这比较符合我们关于两者关系的直觉。

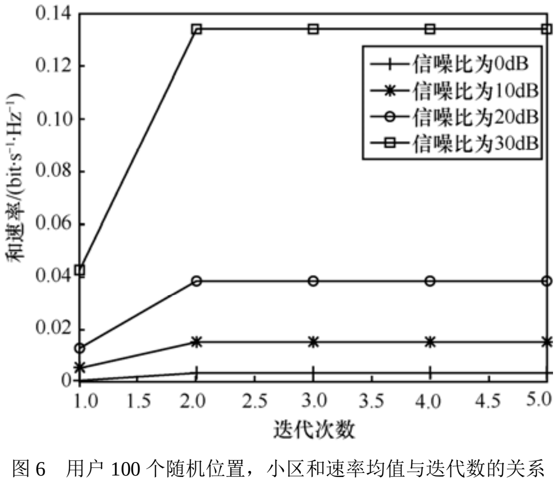


图 6　用户 100 个随机位置，小区和速率均值与迭代数的关系

图 8 给出了运用自私均衡、利他均衡、和速率最优的博弈设计的性能关系。从图中可以看出，博弈设计的和速率性能优于自私均衡和利他均衡，这可以由他们的优化目标的不同得到解释。自私均衡的优化目标是自身的接收功率最大，但也导致对其他用户的干扰较大，即同时提高了式(4)的分子分母数值；利他均衡的优化目标是自身对其他用户的干扰最小，但也导致自己的接收功率降低，即同时降低了式(4)的分子分母数值；只有博弈设计的优化目标是最大化和速率，因而性能最优。

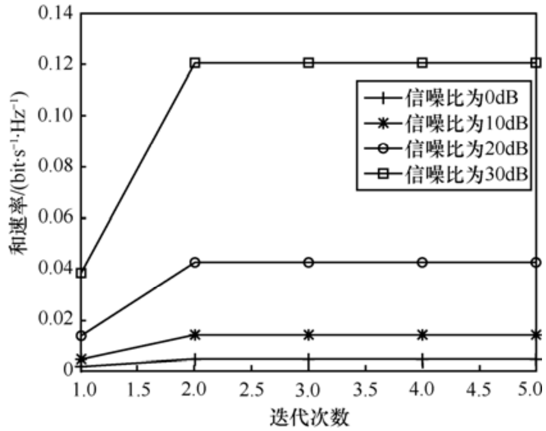


图 7　初始波束成形矢量不同，小区和速率均值与迭代次数的关系

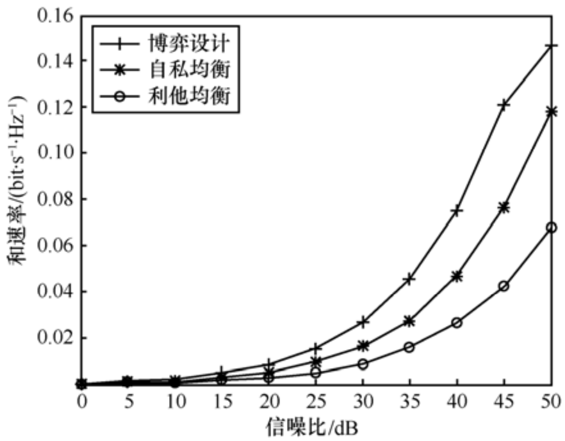


图 8　3 种波束成形方案中和速率与发送信噪比的关系

6　结束语

本文研究了频率复用的无线网络中如何通过波束成形设计降低同频干扰获得和速率性能最优的问题。假设每个基站都装备了多根发射天线，基站通过空分多址可以联系多个用户，用户也装备了多根接收天线，基站通过博弈得到了最大和速率性能的波束成形矢量，其结果是自私和利他策略的线性组合，因此可以利用此结论获得最大和速率的波

束成形矢量，本文提出了一种最大化和速率的波束成形矢量迭代算法。由于组合系数与信道状态信息有关，而瞬时状态信息的获取会导致系统的反馈量增加很多，因此本文还给出了基于统计 CSI 的组合系数的估计方法。仿真结果论证了所提方案的可行性。

参考文献：

[1] RANDA Z, ZULEITA K M H, DAVID G. Distributed beamforing coordination in multicell MIMO channels[A]. IEEE 69th Conference on Vehicular Technology[C]. Barcelona, Spain, 2009.

[2] HADISUSANTO Y, THIELE L, JUNGNICKEL V. Distributed base station cooperation via block-diagonalizaion and dual-decomposition[A]. IEEE GLOBECOM[C]. 2008.1-5.

[3] KIM Y Ｈ, LEE J H, LEE C H, *et al*. Coordinated beamforming with limtited BS cooperation for multicell multiuser MIMO broadcast channel[A]. IEEE Vehicular Technology Conference[C]. 2009.1-5.

[4] VENTURINO L, PRASAD N, WANG X D. Coordinated linear beamforming in downlink multi-cell wireless networks[J]. IEEE Trans on Wireless Communications, 2010, 9(4):1451-1461.

[5] LARSSON E G, JORSWIECK E A, LINDBLOM J, *et al*. Game theory and the flat-fading gaussian interference channel[J] .IEEE Signal Processing Magazine, 2009,26(5): 18-27.

[6] JORSWIECK E A, LARSSON E G. The MISO interference channel from a game-theoretic perspective: a combination of selfishness and altruism achieves pare to optimality[A]. ICASSP 2008[C]. 2008. 5364-5367.

[7] LARSSON E G, JORSWIECK E A. The MISO interference channel: competion versus collaboration[A]. Forty-fifty Annual Allerton Conference[C]. Illinois, USA, 2007.26-28.

[8] ANANDKUMAR A J G, LAMBOTHARAN S, CHAMBERS J. A game-theoretic approach to transmitter covariance matrix design for broadband MIMO gaussian interference channels[A]. IEEE/SP 15th Workshop on Statistical Signal Processing[C]. 2009. 301-304.

[9] ZULEITA K M H, DAVID G. Balancing egoism and altruism on interference channel: the MIMO case[A]. ICC on Communication[C]. Cape Town ,South Africa, 2010. 23-27.

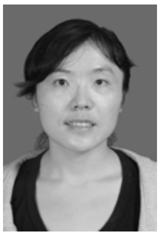
[10] SADEK M, TARIGHAT A, SAYED A H. A leakage-based precoding scheme for downlink multi-user MIMO channels[J]. IEEE Trans on Wireless Communication, 2007, 6(5):1711-1720.

[11] 汪贤裕,肖玉明.博弈论及其应用[M]. 北京：科学出版社, 2008. WANG X Y,XIAO Y M. Game Theory and Applications[M]. Beijing: Science Press, 2008.

作者简介：

解培中（1968-），女，江苏兴化人，硕士，南京邮电大学副教授、硕士生导师，主要研究方向为信号处理和协作通信。

郑宝玉（1945-），男，福建闽侯人，硕士,南京邮电大学教授、博士生导师，主要研究方向为智能信号处理、通信信号处理和量子信息处理。



岳文静（1982-），女，山西朔州人，博士，南京邮电大学讲师，主要研究方向为协作通信和认知无线电。